# رياضيات التمويل والاستثمار

# محتويات الكتاب

الصفحة

**الصفحة**

# الباب الأول

# الفائدة البسيطة

# SIMPLE INTEREST

# الباب الأول

# الفائدة البسيطة Simple Interest

## الفصل الأول

## مقدمة Introduction

إذا اقترض شخص مبلغاً من المال من شخص آخر لمدة معينة من الزمن، فبعد انقضاء المدة المتفق عليها يقوم الشخص المقترض بسداد المبلغ الذى اقترضه بالاضافة إلى مبلغ آخر إضافى نظير اقتراض هذا المبلغ. هذا المبلغ الاضافى يسمى بالفائدة.

ومن هنا يمكن تعريف الفائدة بأنها المبلغ المدفوع نظير استخدام النقود المقترضة. كما يمكن تعريف الفائدة بأنها التعويض الذى يدفعه المقترض مقابل استخدامه لرأس المال المقترض لفترة زمنية معينة.

هذا ويوجد نوعان للفائدة هما :

١- الفائدة البسيطة Simple Interest

٢- الفائدة المركبة Compound Interest

وسوف نتناول فى هذا الباب مفهوم الفائدة البسيطة وأنواعها وكيفية حساب كل نوع. أما الفائدة المركبة فإننا سوف نتعرض لها تفصيليا خلال الباب الرابع من هذا الكتاب.

### العوامل المحددة للفائدة البسيطة :

تتحدد قيمة الفائدة البسيطة بثلاثة عوامل هى :

١- أصل المبلغ المقترض أو المستثمر ويسمى الأصل.

٢- معدل الفائدة.

٣- مدة القرض أو الاستثمار وتسمى الزمن.

وسوف نستعرض كل عامل من هذه العوامل على حدة.

## الأصل : Principal

وهو أصل المبلغ المقترض أو المستثمر والذى يظل ثابتاً طوال مدة الاقتراض أو الاستثمار، وبالتالى فإن قيمة الفائدة على هذا الأصل فى نهاية الفترة الزمنية الأولى تكون مساوية لقيمة الفائدة على هذا الأصل فى نهاية الفترة الزمنية الثانية وتكون أيضا مساوية للفائدة فى نهاية الفترة الزمنية الثالثة وهكذا حتى نهاية مدة القرض أو الاستثمار وذلك على فرض تساوى هذه الفترات الزمنية.

وعلى سبيل المثال، إذا كان أصل المبلغ المقترض أو المستثمر هو ١٠٠٠ جنيه ومعدل الفائدة هو ٨% فى السنة فإن الفائدة على هذا المبلغ هى ٨٠ جنيها فى السنة الأولى، ٨٠ جنيها فى نهاية السنة الثانية، ٨٠ جنيها فى نهاية السنة الثالثة وهكذا. حتى نهاية المدة المتفق عليها.

وسوف نرمز لأصل المبلغ المقترض أو المستمر بالرمز ( أ ) .

## معدل الفائدة : Interest Rate

هو قيمة العائد المحسوب على أصل المبلغ المقترض أو المستثمر لفترة زمنية محددة (عادة ما تكون سنة). وعادة ما يذكر معدل الفائدة فى صورة نسبة مئوية. فمثلاً إذا كان معدل الفائدة ١٢% فى السنة فإن معنى ذلك أن كل مائة جنيه من أصل المبلغ تحسب عليه اثنا عشر جنيها سنوياً. وبمعنى آخر فإن كل مائة جنيه من أصل المبلغ يدفع عنها فائدة سنوية قدرها اثنا عشر جنيهاً.

وتجدر الاشارة هنا أن معدل الفائدة قد يكون سنوياً أو نصف سنوى أو ربع سنوى أو شهرياً. ويعتبر المعدل سنوياً ما لم ينص على غير ذلك ... هذا ويرمز لمعدل الفائدة بالرمز (ع).

## المدة (الزمن) : Time

عادة ما تستخدم الفائدة البسيطة على القروض قصيرة الأجل والتى تكون أقل من سنة، غير أنه يمكن استخدام الفائدة البسيطة للقروض والاستثمارات التى تزيد عن سنة وذلك من الناحية النظرية. وسوف نرى فى الباب الرابع من هذا الكتاب أن الفائدة المركبة تحتسب على القروض طويلة الأجل.

ومن الجدير بالذكر أن معدل الفائدة والمدة التى تحتسب عليها هذه الفائدة يجب أن يتوافقا معاً، بمعنى أنه إذا كان معدل الفائدة سنوياً فإن المدة تكون بالسنوات. وإذا كان المعدل شهرياً فإن المدة تكون بالشهور. وسوف نفترض أن معدل الفائدة البسيطة هو معدل سنوى ومن الضرورى فى هذه الحالة تعديل المدة إلى سنوات لكى تتوافق مع معدل الفائدة السنوى. هذا ويرمز للمدة بالسنوات بالرمز (ن).

**أولاً : إذا كانت المدة بالشهور :** فإنه يتم تحويل الشهور إلى سنوات بقسمتها على ١٢ وعلى سبيل المثال :

٤ شهور $= \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ سنة

٦ شهور $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ سنة

٨ شهور $= \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ سنة وهكذا ...

**ثانياً : إذا كانت المدة بالأيام :**

فى هذه الحالة يجب تحديد عدد أيام السنة لكى نستطيع تحويل المدة بالأيام إلى سنوات. فالسنة البسيطة عدد أيامها ٣٦٥ يوماً أما السنة الكبيسة فعدد أيامها ٣٦٦ يوماً. وهذا الفرق فى الأيام يرجع إلى عدد أيام شهر فبراير. فإذا كانت السنة بسيطة فإن شهر فبراير يكون ٢٨ يوماً، أما إذا كانت السنة كبيسة فأن شهر فبراير يكون ٢٩ يوماً.

**ولكن كيف نحدد نوع السنة ؟**

للاجابة على هذا السؤال نقوم بقسمة أرقام السنة على ٤ فإذا تمت القسمة بدون باق فإن السنة تكون كبيسة ويكون شهر فبراير ٢٩ يوماًوبالتالى فإن عدد أيامها ٣٦٦ يوماً أما إذا كان هناك باق للقسمة فإن السنة تكون بسيطة ويكون شهر فبراير ٢٨ يوماً وبالتالى فإن عدد أيامها ٣٦٥ يوماً.

**مثال :** سنة ١٩٨٢ سنة بسيطة لأن :

١٩٨٢ ÷ ٤ = ٤٩٥ والباقى ٢

سنة ١٩٩٢ سنة كبيسة لأن :

١٩٩٢ ÷ ٤ = ٤٩٨ والباقى صفر

أما فى حالة السنوات القرنية؛ أى التى تبدأ بصفرين فإنه لتحديد ما إذا كانت السنة بسيطة أم كبيسة فإنه يجب أن تقبل القسمة على ٤٠٠ بدون باقٍ.

**مثال :** سنة ٢٠٠٠ سنة كبيسة لأن :

٢٠٠٠ ÷ ٤٠٠ = ٥ بدون باق

سنة ١٩٠٠ سنة بسيطة لأن :

١٩٠٠ ÷ ٤٠٠ = ٤ والباقى ٣

| شهور السنة | عدد الأيام |
|---|---|
| يناير | ٣١ |
| فبراير | ٢٨ أو ٢٩ |
| مارس | ٣١ |
| أبريل | ٣٠ |
| مايو | ٣١ |
| يونيه | ٣٠ |
| يوليو | ٣١ |
| أغسطس | ٣١ |
| سبتمبر | ٣٠ |
| أكتوبر | ٣١ |
| نوفمبر | ٣٠ |
| ديسمبر | ٣١ |

## احتساب الزمن بين تاريخين معينين :

**مثال :** أحسب المدة بين ٣ مارس ١٩٩٨، ٣ أغسطس من نفس السنة.

**الحل :** نلاحظ أن تاريخ اليوم متساوى فإننا سوف نحسب المدة بالشهور وبالتالى فإن :

المدة = ٥ شهور

= $\frac{5}{12}$ سنة

**مثال :** أوجد المدة بين ٢٤ مايو ١٩٩٧ حتى ١٥ ديسمبر من نفس السنة.

| | | |
|---|---|---|
| مايو | ٧ | (٣١ - ٢٤) |
| يونيه | ٣٠ | |
| يوليو | ٣١ | |
| أغسطس | ٣١ | |
| سبتمبر | ٣٠ | |
| أكتوبر | ٣١ | |
| نوفمبر | ٣٠ | |
| ديسمبر | ١٥ | |
| | ٢٠٥ | أيام |

**حساب الفائدة البسيطة :**

إذا فرضنا أن شخصاً ما اقترض مبلغاً من المال قدره أ بمعدل فائدة قدره ع لمدة ن سنة فإن فائدة هذا المبلغ تتحدد بالقانون :

**الفائدة = الأصل × المعدل × الزمن**

**ف = أ × ع × ن**

(١)

وهى علاقة تحتوى على أربعة عناصر هى ف ، أ ، ع ، ن وجبرياً فإنه يمكن إيجاد أحد العناصر متى علم باقى العناصر وبالتالى فإن :

$$\textbf{الأصل} = \frac{\text{الفائدة}}{\textit{المعدل} \times \textit{الزمن}}$$

$$\text{أ} = \frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ن}}$$

(٢)

$$\textbf{المعدل} = \frac{\text{الفائدة}}{\text{أصل} \quad \text{المبلغلغلغ} \times \text{ن لزمن ١/}}$$

$$\text{ع} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ن}} \qquad (٣)$$

$$\textbf{الزمن} = \frac{\text{الفائدة}}{\text{أصل} \quad \text{المبلغ} \times \text{الزمن}}$$

$$\text{ن} = \frac{\text{ف}}{\text{أ} \times \text{ع}} \qquad (٤)$$

والأمثلـة التاليـة توضـح كيفيـة إيجـاد أحـد العوامـل إذا علمـت العوامـل الأخرى المحددة للفائدة البسيطة.

**مثال (١) :** أحسب الفائدة البسيطة لمبلغ ١٠٠٠ بسعر الفائدة ١٠% سنوياً وذلك لمدة ٣ سنوات.

**الحل :** أ = ١٠٠٠ جنيه ع = ١٠% ن = ٣ سنوات

باستخدام العلاقة (١)

ف = أ × ع × ن

$$= ١٠٠٠ \times \frac{10}{100} \times ٣ = ٣٠٠ \text{ جنيه}$$

**مثال (٢) :**

أحسب الفائدة البسيطة لمبلغ ٧٢٠ جنيها وضع فى بنك مصر لمدة ٥ شهور إذا كان معدل الفائدة على الاستثمار هو ١٠,٥% سنوياً .

**الحل :** أ = ٧٢٠ جنيها ع = ١٠,٥% ن = ٥ شهور

ف = أ × ع × ن

$$= ٧٢٠ \times \frac{105}{1000} \times \frac{5}{12} = ٣١,٥ \text{ جنيها.}$$

**مثال (٣) :**

أودع صلاح الدين مبلغاً ما فى بنك الزقازيق، وفى نهاية ٣ سنوات ونصف السنة حصل صلاح الدين على فوائد قدرها ٥٠٤ جنيهات. أحسب المبلغ الذى أودعه إذا كان سعر الفائدة السائد هو ١٢% فى السنة.

**الحل :** أ = ؟ ع = ١٢% ن = $3\frac{1}{2}$ سنة

ف = ٥٠٤ جنيهات.

باستخدام العلاقة رقم (٢)

$$\text{أ} = \frac{\text{ف}}{\text{ع} \times \text{ط}}$$

$$= \frac{504}{\frac{7}{2} \times \frac{12}{100}}$$

$$= \frac{2 \times 100 \times 504}{7 \times 12} = ١٢٠٠ \text{ جنيه}$$

**مثال (٤) :**

إذا أودعت شيرين مبلغ ٢٠٠٠ جنيه لمدة سنة فى البنك الأهلى بحيث تحصل فى نهاية العام على فائدة قدرها ١٢٥ جنيها. فما هو معدل الفائدة المعمول به فى البنك ؟

**الحل :** أ = ٢٠٠٠ ع = ؟ ن = ١ سنة

ف = ١٢٥

باستخدام العلاقة (٣) نجد أن :

$$ع = \frac{ف}{ن \times ط}$$

$$ع = \frac{125}{1\times2000} = \frac{125}{2000} = ٠,٠٦٥$$

أى أن : ع = ٦,٢٥%

**مثال (٥) :**

إذا كانت الفائدة البسيطة المدفوعة مقابل قرض قيمته ٦٠٠٠ جنيه لمدة ٨ شهور هى ٩٠٠جنيه فما هو معدل الفائدة ؟

**الحل :** أ = ٦٠٠٠ ع = ؟ ن = ٨ شهور

ف = ٩٠٠

باستخدام العلاقة رقم (٣) نجد أن :

$$ع = \frac{ف}{ن \times ط}$$

$$= \frac{900}{\frac{8}{12}\times6000} = \frac{900}{4000} = ٢٢,٥\%$$

**مثال (٦) :**

إذا كانت الفائدة البسيطة على قرض قيمته ١٥٠٠٠ جنيه بمعدل سنوى قدره ١٢% هى مبلغ ١٢٠٠ جنيه. أحسب المدة الزمنية للقرض.

**الحل :** أ = ١٥٠٠٠ ع = ١٢% ن = ؟

ف = ١٢٠٠

وباستخدام العلاقة رقم (٤) نجد أن :

$$ن = \frac{ف}{ن \times ع}$$

$$= \frac{1200}{0.12 \times 15000} = ٠,٦٦٧ \text{ سنة}$$

= ٨ شهور

## الجملــة : Amount

إذا أودع شخص فى بنك مبلغاً من المال قدره ( أ ) جنيه لمدة (ن) سنة. وكان معدل الفائدة فى هذا البنك هو (ع) فإنه فى نهاية المدة الزمنية المتفق عليها يكون لهذا الشخص أصل المبلغ الذى أودعه ( أ ) بالاضافة إلى قيمة الفائدة التى يحصل عليها من البنك (ف). ومجموع المبلغين يسمى الجملة. فإذا رمزنا للجملة بالرمز (جـ) فإن :

**جـ = أ + ف** (٥)

وحيث أن ف = أ × ع × ن

فإن :

جـ = أ + أ × ع × ن

بأخذ أ كعامل مشترك فإن :

**جـ = أ ( ١ + ع ن)** **(٦)**

حيث (١ + ع ن) جملة مبلغ جنيه واحد مستثمر لمدة (ن) من السنوات بمعدل (ع).

**مثال (٧) :**

أودع إيهاب مبلغ ٣٢٠٠ جنيه فى بنك لدة ٦ شهور. فإذا علم أن سعر الفائدة فى هذا البنك هو ١٥%. أوجد ما يصير له فى البنك فى نهاية المدة المتفق عليها.

**الحل :** أ = ٣٢٠٠ ع = ١٥% ن = ٦ شهور

ف = أ × ع × ن

= ٣٢٠٠ × $\frac{15}{100}\times\frac{6}{12}$ = ٢٤٠ جنيهاً

جـ = أ + ف

= ٣٢٠٠ + ٢٤٠ = ٣٤٤٠ جنيهاً

**حل آخر :**

جـ = أ (١ + ع ن)

= ٣٢٠٠ (١ + $\frac{15}{100}\times\frac{6}{12}$ )

= ٣٢٠٠ (١ + $\frac{90}{1200}$ )

= ٣٢٠٠ × ١,٠٧٥ = ٣٤٤٠ جنيهاً

**مثال (٨) :**

اقترض سمير قنديل مبلغاً وقدره ٧٢٠٠ جنيه بمعدل فائدة بسيطة ١٢% سنوياً وذلك لمدة ٩ شهور. أحسب جملة المستحق عليه فى نهاية هذه المدة.

**الحل :** أ = ٧٢٠٠ ع = ١٢% ن = ٩ شهور

ف = أ × ع × ن

$= ٧٢٠٠ \times \frac{12}{100} \times \frac{9}{12} =$ ٦٤٨ جنيهاً

جـ = أ + ف

= ٧٢٠٠ + ٦٤٨ = ٧٨٤٨ جنيهاً

**حل آخر :**

جـ = أ (١ + ع ن)

$= ٧٢٠٠ \left(١ + \frac{12}{100} \times \frac{9}{12}\right) =$ ٧٨٤٨ جنيهاً

**مثال (٩) :**

اقترض أنيس مبلغاً وقدره ٩٥٠ جنيهاً. وبعد ٦ شهور أصبح المستحق عليه ١٠٠٠ جنيه. أوجد معدل الفائدة الذى تحمله أنيس.

**الحل :** أ = ٩٥٠ جنيهاً ع = ؟ ن = ٦ شهور

جـ = ١٠٠٠ جنيه

جـ = أ ( ١ + ع ن )

$$١٠٠٠ = ٩٥٠ \left(١ + ع \times \frac{6}{12}\right)$$

$$١٠٠٠ = ٩٥٠ + ٤٧٥ ع$$

$$٥٠ = ٤٧٥ ع$$

$$ع = \frac{50}{475} = ٠,١٠٥$$

$$ع = ١٠,٥\%$$

**مثال (١٠) :**

اقترضت منيرة من بنك الاستثمار مبلغاً وقدره ١٥٠٠ جنيه، وبعد ٣ شهور سددت للبنك مبلغاً وقدره ١٥٣٠ جنيهاً. أحسب معدل الفائدة المعمول به فى هذا البنك.

**الحل :** أ = ١٥٠٠ ع = ؟ ن = ٣ شهور

جـ = ١٥٣٠

ف = جـ − أ

= ١٥٣٠ − ١٥٠٠ = ٣٠ جنيهاً

$$ع = \frac{ف}{أ \times ن}$$

$$= \frac{30}{1500 \times \frac{3}{12}} = \frac{30}{375} = ٠,٠٨$$

$$ع = ٨\%$$

**حل آخر :**

$$جـ = أ (١ + ع ن)$$

$$\text{١٥٣٠} = \text{١٥٠٠}\left(\text{١} + \text{ع} \times \frac{3}{12}\right)$$

$$\text{١٥٣٠} = \text{١٥٠٠} + \text{٣٧٥ ع}$$

$$\text{٣٠} = \text{٣٧٥ ع}$$

$$\therefore \text{ع} = \frac{30}{375} = \text{٠,٠٨}$$

$$\text{ع} = \text{٨\%}$$

**مثال (١١) :**

تريد رانا الحصول على مبلغ وقدره ٩٣٠٠ جنيه بعد ١٥ شهراً من الآن. فما هو المبلغ الذى يجب أن تستثمره الآن علماً بأن معدل الفائدة السائد هو ١٠% فى السنة ؟

**الحل :** أ = ؟ ع = ١٠% ن = ١٥ شهراً

جـ = ٩٣٠٠ جنيه

جـ = أ ( ١ + ع ن )

$$\text{٩٣٠٠} = \text{أ}\left(\text{١} + \frac{10}{100} \times \frac{15}{12}\right)$$

$$\text{٩٣٠٠} = \text{١,١٢٥ أ}$$

$$\text{أ} = \frac{9300}{1.125} = \text{٨٢٦٦,٦٧ جنيهاً}$$

**مثال (١٢) :**

ما هو الزمن الذى بانقضائه يصير مبلغ ١٥٠٠ جنيه بمعدل ١٦% سنوياً ٣٠٠٠ جنيه ؟

**الحل :** أ = ١٥٠٠ ع = ١٦% ن = ؟

جـ = ٣٠٠٠ جنيه

جـ = أ ( ١ + ع ن )

$$٣٠٠٠ = ١٥٠٠ \left( ١ + \frac{16}{100} ن \right)$$

$$١ + \frac{16}{100} ن = \frac{3000}{1500}$$

$$١ + \frac{16}{100} ن = ٢$$

$$\frac{16}{100} ن = ٢ - ١$$

$$\frac{16}{100} ن = ١$$

$$ن = \frac{100}{16} = ٦,٢٥ \text{ سنة}$$

**مثال (١٣) :**

ما هو الزمن اللازم لكى يصبح مبلغاً ما ٥ أمثال نفسه إذا كان معدل الفائدة السائد هو ٢٠% سنوياً ؟

**الحل :** جـ = أ ( ١ + ع ن )

$$\text{٥ أ} = \text{أ} \left( \text{١} + \frac{20}{100} \text{ ن} \right)$$

$$\text{٥} = \text{١} + \frac{20}{100} \text{ ن}$$

$$\frac{20}{100} \text{ ن} = \text{٤}$$

$$\text{ن} = \frac{400}{20} = \text{٢٠ سنة}$$

## الفصل الثانى

# الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية

# Exact And Commercial Interest

عندما تكون المدة بالأيام ومعدل الفائدة معدلاً سنوياً، فإنه يجب تحويل الأيام إلى سنوات (كسر من السنة) وذلك بقسمة المدة على عدد أيام السنة. وقد بينا فى الفصل الأول من هذا الباب أن عدد أيام السنة إما أن تكون ٣٦٥ يوماً إذا كانت السنة بسيطة أو ٣٦٦ يوماً إذا كانت السنة كبيسة. فإذا قسمنا على ٣٦٥ أو ٣٦٦ فنحن بصدد حساب الفائدة الصحيحة. ومن الجدير بالذكر أنه إذا كانت المدة الزمنية يقع بعضها فى سنة بسيطة والبعض الآخر يقع فى السنة التالية لها (سنة كبيسة) فإن المدة بالسنوات فى هذه الحالة تساوى

$$\left(\frac{\text{ع}\ddot{\text{ïï}}\text{'},\text{‹‡ف“ سٹ}f\text{‡,}\text{éرس'‡,}}{365}+\frac{\text{ع}\ddot{\text{ïï}}\text{'},\text{‹‡ف“ سٹ}f\text{‡,س}f\text{رر}\hat{\text{u}}\text{‡,}}{366}\right)$$

ولما كانت العمليات التجارية فى الحياة العملية تتسم بالبساطة والبعد عن التعقيدات الحسابية فقد جرى العرف التجارى والبنكى على اعتبار أن عدد أيام السنة هو ٣٦٠ يوماً فقط بصرف النظر عما إذا كانت السنة بسيطة أو كبيسة. وفى هذه الحالة فإن الفائدة المحسوبة تسمى بالفائدة التجارية. ومما لاشك فيه أن الفائدة التجارية لمبلغ ما وبمعدل ما تكون أكبر من الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ ونفس المعدل. حيث يكون المقام فى حالة الفائدة التجارية أصغر من المقام فى حالة الفائدة الصحيحة.

فإذا رمزنا للفائدة التجارية بالرمز (ف) والفائدة الصحيحة بالرمز ($\bar{\text{ف}}$)، ولعدد الأيام بالرمز (ى) فإن :

$$\text{الفائدة التجارية} = \text{أصل المبلغ} \times \text{المعدل} \times \frac{\text{,‡‹,’ûïع}}{360}$$

$$\text{ف} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{“}}{360}$$

(٧)

$$\text{الفائدة الصحيحة} = \text{أصل المبلغ} \times \text{المعدل} \times \frac{\text{,‡‹,’ûïع}}{365}$$

$$\text{ف}^{-} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{“}}{365}$$

(٨)

وتجدر الإشارة هنا أن الأصل فى الفائدة أن تكون تجارية أى نقسم على ٣٦٠ يوماً. فإن لم ينص صراحة على استخدام الفائدة الصحيحة فإننا سوف نستخدم الفائدة التجارية.

**مثال (١٤) :**

احسب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ قدره ٣٠٠٠ جنيه بمعدل ١٥% فى السنة لمدة ٦٠ يوماً.

**الحل :** أ = ٣٠٠٠      ع = ١٥%      ى = ٦٠ يوماً

**الفائدة التجارية :**

$$\text{ف} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{“}}{360}$$

$$= ٣٠٠٠ \times \frac{15}{100} \times \frac{60}{360} = ٧٥ \text{ جنيهاً}$$

**الفائدة الصحيحة :**

$$ف^{-} = أ \times ع \times \frac{ن}{365}$$

$$= ٣٠٠٠ \times \frac{15}{100} \times \frac{60}{365} = ٧٣,٩٧ \text{ جنيهاً}$$

يتضح لنا من هذا المثال أن الفائدة التجارية أكبر من الفائدة الصحيحة لنفس المبلغ وبنفس المعدل.

**مثال (١٥) :**

فى ١٥ أكتوبر ١٩٩٤، اقترض شخص مبلغاً وقدره ٢٥٠٠ جنيه. فإذا كان على هذا الشخص أن يسدد هذا القرض وفائدته فى ٢٠ فبراير ١٩٩٥. أوجد جملة ما يسدده هذا الشخص إذا كان معدل الفائدة السائد هو ١٤% سنوياً.

**الحل** : يجب أولاً حساب المدة بين التاريخين بالأيام كالآتى :-

| | | | |
|---|---|---|---|
| ١٩٩٤ | أكتوبر | ١٦ | (٣١ - ١٥) |
| | نوفمبر | ٣٠ | |
| | ديسمبر | ٣١ | |
| ١٩٩٥ | يناير | ٣١ | |
| | فبراير | ٢٠ | |
| | | ١٢٨ | يوماً |

$$ف = أ \times ع \times \frac{ن}{360}$$

$$= ٢٥٠٠ \times \frac{15}{100} \times \frac{128}{360} = ١٣٣,٣٣ \text{ جنيهاً}$$

جـ = أ + ف

= ٢٥٠٠ + ١٣٣,٣٣ = ٢٦٣٣,٣٣ جنيهاً

**حل آخر :**

جـ = أ ( ١ + ع ن )

$= ٢٥٠٠ \; ( ١ + \frac{15}{100} \times \frac{128}{360} )$

= ٢٥٠٠ (١ + ٠,٠٥٣٣٣٣٣)

= ٢٥٠٠ (١,٠٥٣٣٣٣٣) = ٢٦٣٣,٣٣٣٣

**ملاحظات :**

١− عند حساب المدة بالأيام أهملنا اليوم الأول، أما اليوم الأخير فإنه يدخل فى حساب المدة.

٢− لم ينص صراحة على استخدام الفائدة الصحيحة، لذلك استخدمنا الفائدة التجارية (أى قسمنا الأيام على ٣٦٠ يوماً).

**مثال (١٦) :**

دين قيمته ٥٠٠٠ جنيه يستحق الدفع فى ١٥ يونيه ١٩٩٤ وإذا تأخر المدين عن السداد فى تاريخ الاستحقاق فإنه يتحمل فائدة بمعدل ١٤% سنوياً. أوجد قيمة ما يدفعه سداداً لهذا الدين فى ١٥ يناير ١٩٩٥.

**أولاً :** على أساس الفائدة التجارية.

**ثانياً :** على أساس الفائدة الصحيحة.

**الحل :** حساب المدة :

| | | | |
|---|---|---|---|
| ١٩٩٤ | يونيه | ١٥ | (٣٠ − ١٥) |
| | يوليو | ٣١ | |

| | | |
|---|---|---|
| | أغسطس | ٣١ |
| | سبتمبر | ٣٠ |
| | أكتوبر | ٣١ |
| | نوفمبر | ٣٠ |
| | ديسمبر | ٣١ |
| ١٩٩٥ | يناير | ١٥ |
| | | ٢١٤ يوماً |

**أولاً :** الجملة على أساس الفائدة التجارية :

ف = أ × ع × $\frac{“}{360}$

= ٥٠٠٠ × $\frac{14}{100}\times\frac{214}{360}$ = ٤١٦,١١١ جنيهاً

جـ = أ + ف

= ٥٠٠٠ + ٤١٦,١١١ = ٥٤١٦,١١١ جنيهاً

**حل آخر :**

جـ = أ ( ١ + ع × ن )

= ٥٠٠٠ ( ١ + $\frac{14}{100}\times\frac{214}{360}$ )

= ٥٠٠٠ ( ١ + ٠,٠٨٣٢٢٢ )

= ٥٠٠٠ ( ١,٠٨٣٢٢٢ ) = ٥٤١٦,١١١ جنيهاً

**ثانياً :** الجملة على أساس الفائدة الصحيحة :

ف‾ = أ × ع × $\frac{“}{365}$

= ٥٠٠٠ × $\frac{14}{100} \times \frac{214}{365}$ = ٤١٠,٤١١ جنيهاً

جـ = أ + ف$^{-}$

= ٥٠٠٠ + ٤١٠,٤١١ = ٥٤١٠,٤١١ جنيهاً

**حل آخر :**

جـ = أ ( ١ + ع × ن )

= ٥٠٠٠ ( ١ + $\frac{14}{100} \times \frac{214}{365}$ )

= ٥٠٠٠ ( ١ + ٠,٠٨٢٠٨٢ )

= ٥٠٠٠ ( ١,٠٨٢٠٨٢ ) = ٥٤١١٠,٤١١ جنيهاً

# العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة

هناك علاقات تربط بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة حيث تمكننا من حساب إحداهما بمعلومية الأخرى ومن هذه العلاقات النسبة بين الفائدتين والفرق بينهما.

## أولاً : النسبة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة :

باستخدام العلاقتين (٧) ، (٨)

$$\text{ف} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{“}}{360}$$

$$\bar{\text{ف}} = \text{أ} \times \text{ع} \times \frac{\text{“}}{365}$$

$$\frac{\text{ف}}{\bar{\text{ف}}} = \frac{\text{ن} \times \text{ع} \times \frac{\text{“}}{360}}{\text{ن ع} \times \frac{\text{“}}{365}}$$

$$\frac{\text{ف}}{\bar{\text{ف}}} = \frac{365}{360}$$

$$\frac{\text{ف}}{\bar{\text{ف}}} = \frac{73}{72} \qquad (٩)$$

وهذه المعادلة تمكننا من إيجاد إحدى الفائدتين متى علمت الفائدة الأخرى حيث :

$$\text{الفائدة التجارية} = \text{الفائدة الصحيحة} \times \frac{73}{72}$$

$$\text{ف} = \bar{\text{ف}} \times \frac{73}{72} \qquad (١٠)$$

الفائدة الصحيحة = الفائدة التجارية × $\frac{72}{73}$

ف¯ = ف × $\frac{72}{73}$ (١١)

**مثال (١٧) :**

أحسب الفائدة التجارية إذا كانت الفائدة الصحيحة لمبلغ ما هى ٨٦ جنيهاً.

**الحل :** ف¯ = ٨٦

ف = ف¯ × $\frac{73}{72}$

= ٨٦ × $\frac{73}{72}$ = ٨٧,١٩ جنيهاً

**مثال (١٨) :**

إذا أودعت دينا مبلغاً وقدره ٤٨٠٠٠ جنيه فى بنك الزقازيق لمدة ١٢٠ يوماً وبمعدل فائدة بسيطة ١٦% سنوياً. أحسب الفائدة التجارية على هذا المبلغ. ثم باستخدام الفائدة التجارية احسب الفائدة الصحيحة.

**الحل :** أ = ٤٨٠٠٠ ع = ١٦% ى = ١٢٠ يوماً

ف = أ × ع × $\frac{``}{360}$

= ٤٨٠٠٠ × $\frac{16}{100} \times \frac{120}{360}$ = ٢٥٦٠ جنيهاً

ف¯ = ف × $\frac{72}{73}$

$$= ٢٥٦٠ \times \frac{72}{73} = ٢٥٢٤,٩٣$$ جنيهاً

## ثانياً : الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة :

نحن نعلم أن الفائدة التجارية أكبر دائماً من الفائدة الصحيحة وبالتالى فإن الفرق بين الفائدتين موجباً دائماً. ومن الجدير بالذكر أنه باستخدام هذا الفرق يمكننا إيجاد أى من الفائدتين حيث :

الفائدة التجارية = الفرق بين الفائدتين × ٧٣

$$ف = (ف - \bar{ف}) \times ٧٣ \qquad (١٢)$$

الفائدة الصحيحة = الفرق بين الفائدتين × ٧٢

$$\bar{ف} = (ف - \bar{ف}) \times ٧٢ \qquad (١٣)$$

هذا ويمكن استنتاج هذه العلاقات كالآتى :-

$$ف = \bar{ف} \times \frac{73}{72}$$

$$ف - \bar{ف} = \bar{ف} \times \frac{73}{72} - \bar{ف}$$

$$ف - \bar{ف} = \bar{ف} \left(\frac{73}{72} - ١\right)$$

$$ف - \bar{ف} = \frac{1}{72} \bar{ف}$$

$$\bar{ف} = (ف - \bar{ف}) \times ٧٢$$

وحيث أن :

$$\text{ف}^{-} = \text{ف} \times \frac{72}{73}$$

$$\text{ف} - \text{ف}^{-} = \text{ف} - \text{ف} \times \frac{72}{73}$$

$$\text{ف} - \text{ف}^{-} = \text{ف} \left( ١ - \frac{72}{73} \right)$$

$$\text{ف} - \text{ف}^{-} = \text{ف} \times \frac{1}{73}$$

$$\text{ف} = (\text{ف} - \text{ف}^{-}) \times ٧٣$$

**مثال (١٩) :**

إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما هو ٤,٥ جنيهاً. أوجد كلا من الفائدتين. وإذا علمت أن مدة الاستثمار ٩٠ يوماً، ومعدل الاستثمار السنوى هو ١٤% أوجد المبلغ المستثمر بإستخدام الفائدة التجارية مرة وباستخدام الفائدة الصحيحة مرة أخرى.

**الحل : الفائدة التجارية :**

$$\text{ف} = (\text{ف} - \text{ف}^{-}) \times ٧٣$$

$$= ٤,٥ \times ٧٣ = ٣٢٨,٥ \text{ جنيهاً}$$

**الفائدة الصحيحة :**

$$\text{ف}^{-} = (\text{ف} - \text{ف}^{-}) \times ٧٢$$

$$= ٤,٥ \times ٧٢ = ٣٢٤ \text{ جنيهاً}$$

**أولاً : إيجاد المبلغ بإستخدام الفائدة التجارية :**

$$ف = أ \times ع \times \frac{\text{“}}{360}$$

$$٣٢٨,٥ = أ \times \frac{14}{100} \times \frac{90}{360}$$

$$٣٢٨,٥ = ٠,٠٣٥ \; أ$$

$$أ = \frac{328.5}{0.035} = ٩٣٨٥,٧ \text{ جنيهاً}$$

**ثانياً : إيجاد المبلغ بإستخدام الفائدة الصحيحة :**

$$\bar{ف} = أ \times ع \times \frac{\text{“}}{365}$$

$$٣٢٤ = أ \times \frac{14}{100} \times \frac{90}{365}$$

$$٣٢٤ = ٠,٠,٣٤٥٢١ \; أ$$

$$أ = \frac{324}{0.034521} = ٩٣٨٥,٧ \text{ جنيهاً}$$

# حساب الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة باستخدام طريقة النمر

تستخدم طريقة النمر فى حساب كلا من الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لعدة مبالغ تتفق فى معدل الفائدة (معدل فائدة مشترك) وذلك تسهيلاً للعمليات الحسابية. غير أنه فىحالة اختلاف معدل الفائدة لكل مبلغ عن الآخر فإن هذه الطريقة لا تصلح ويجب إيجاد فائدة كل مبلغ على حدة.

هذا وتتلخص طريقة النمر فى الخطوات الآتية :

١- نوجد النمر الخاصة بكل مبلغ وذلك بضرب كل مبلغ فى الأيام الخاصة به.

٢- نوجد مجموع النمر.

٣- نوجد القاسم حيث : القاسم = $\frac{360}{\text{ع}}$ (للفائدة التجارية)

أو القاسم = $\frac{365}{\text{ع}}$ (للفائدة الصحيحة)

٤- مجموع الفوائد = $\frac{\text{جج‹›ٹ‹„‡,}}{\text{ق,س‹‡,}}$

**مثال (٢٠) :**

إذا أودعت دينا المبالغ الآتية فى بنك الزقازيق :

| | | | |
|---|---|---|---|
| ١٢٠٠ | جنيه لمدة | ٤٥ | يوماً |
| ١٥٠٠ | جنيه لمدة | ٦٠ | يوماً |
| ١٦٠٠ | جنيه لمدة | ٩٠ | يوماً |

فإذا علمت أن بنك الزقازيق يعطى فائدة بسيطة بمعدل ١٥% فى السنة. فأوجد مجموع الفوائد التى تحصل عليها دينا.

**الحل :** النمر = المبلغ × الأيام

نمر المبلغ الأول = ١٢٠٠ × ٤٥ = ٥٤٠٠٠

نمر المبلغ الثانى = ١٥٠٠ × ٦٠ = ٩٠٠٠٠

نمر المبلغ الثالث = ١٦٠٠ × ٩٠ = ١٤٤٠٠٠

مجموع النمر = ٢٨٨٠٠٠

القاسم = $\frac{360}{ع} = \frac{360}{\%15}$

$= \frac{36000}{15}$ = ٢٤٠٠

مجموع الفوائد التجارية = جج‹›ٹ‹,,‡, / ق,س‹‡,

$= \frac{288000}{2400}$ = ١٢٠ جنيهاً

**ملحوظة :** فى المثال السابق تم حساب الفوائد على أساس الفائدة التجارية لأنه لم يذكر نوع الفائدة.

**مثال (٢١) :**

أوجد مجموع الفوائد الناتجة من استثمار المبالغ الآتية بمعدل فائدة بسيطة ١٠% فى السنة.

٤٨٠٠ جنيه لمدة ٣٠ يوماً

٥٠٠٠ جنيه لمدة ٩٠ يوماً

٣٥٠٠ جنيه لمدة ٤٥ يوماً

علماً بأن عدد أيام السنة ٣٦٥ يوماً.

**الحل :** حيث أن عدد أيام السنة ٣٦٥ يوماً فإننا سوف نحسب مجموع الفوائد على أساس الفائدة الصحيحة.

النمر = المبلغ × الأيام

نمر المبلغ الأول = ٤٨٠٠ × ٣٠ = ١٤٤٠٠٠

نمر المبلغ الثانى = ٥٠٠٠ × ٩٠ = ٤٥٠٠٠٠

نمر المبلغ الثالث = ٣٥٠٠ × ٤٥ = ١٥٧٥٠٠

———

مجموع النمر = ٧٥١٥٠٠

القاسم = $\frac{365}{\text{عع›‡,}} = \frac{365}{\%10}$

= $\frac{36500}{10}$ = ٣٦٥٠

مجموع الفوائد الصحيحة = $\frac{\text{جج‹›ٹ‹„‡,}}{\text{ق‚س‹‡,}}$

= $\frac{751500}{3650}$ = ٢٠٥,٨٩ جنيهاً

**مثال (٢٢) :**

اقترض ماهر عبد السلام المبالغ الآتيه من بنك ٦ أكتوبر.

٨٠٠ جنيه فى ٥ مايو ١٩٩٧

١١٠٠ جنيه فى ١٢ مايو ١٩٩٧

١٣٠٠ جنيه فى ٢٧ مايو ١٩٩٧

أوجد جملـة المستحق علـى مـاهر عبـد السـلام للبنـك فـى ١٥ أغسـطس ١٩٩٧ إذا كـان معدل الفائـدة البسيطة المعمول بـه فـى البنك هو ١٤% سنوياً وذلك على أساس : ( i ) الفائدة التجارية (ii) الفائــــــــدة الصحيحة

**الحل :**

| | مايو | | يونيه | | يوليو | | أغسطس | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| مدة المبلغ الأول = | ٢٦ | + | ٣٠ | + | ٣١ | + | ١٥ | = ١٠٢ يوم |
| مدة المبلغ الثانى = | ١٩ | + | ٣٠ | + | ٣١ | + | ١٥ | = ٩٥ يوماً |
| مدة المبلغ الثالث = | ٤ | + | ٣٠ | + | ٣١ | + | ١٥ | = ٨٠ يوماً |

النمر = المبلغ × الأيام

نمر المبلغ الأول = ٨٠٠ × ١٠٢ = ٨١٦٠٠

نمر المبلغ الثانى = ١١٠٠ × ٩٥ = ١٠٤٥٠٠

نمر المبلغ الثالث = ١٣٠٠ × ٨٠ = ١٠٤٠٠٠

مجموع النمر = ٢٩٠١٠٠

**( i ) بإستخدام الفائدة التجارية :**

القاسم = $\frac{360}{ع} = \frac{360}{\%14}$

$= \frac{36000}{14}$ = ٢٥٧١,٤

مجموع الفوائد التجارية = جج‹›ٹ‹,,‡, / ق,س‹‡,

$= \frac{290100}{2571.4}$ = ١١٢,٨٢ جنيهاً

الجملة = (٨٠٠ + ١١٠٠ + ١٣٠٠) + ١١٢,٨٢ = ٣٣١٢,٨٢ جنيهاً

**(ii) باستخدام الفائدة الصحيحة :**

القاسم = $\frac{365}{\text{ع}} = \frac{360}{\%14}$

$= \frac{36500}{14}$ = ٢٦٠٧,١

مجموع الفوائد الصحيحة = $\frac{\text{جج‌ٌ‹ٹ‹„‡,}}{\text{ق,س‹‡,}}$

$= \frac{290100}{2607.1}$ = ١١١,٢٧ جنيهاً

الجملة = (٨٠٠ + ١١٠٠ + ١٣٠٠) + ١١١,٢٧ = ٣٣١١,٢٧ جنيهاً

**مثال (٢٣) :**

اقترض محمد حيدر المبالغ الآتية من بنك الجامعة :

٢٧٠٠٠ جنيه لمدة ٥ شهور

٢١٠٠٠ جنيه لمدة ٨ شهور

١٥٠٠٠ جنيه لمدة ٩ شهور

أوجد جملة ما يسدده إذا كان معدل الفائدة المعمول به فى بنك الجامعة هو ١٥% فى السنة.

**الحـل :** نلاحـظ أن مـدد المبـالغ بالشـهور والمعدل مشـترك لـذلك فإنـه يمكـن استخدام طريقة النمر الشهرية والتى تتلخص فى الخطوات الآتية :

١− نوجد النمر الخاصة بكل مبلغ وذلك بضرب كل مبلغ فى عدد الشهور الخاصة به.

٢− نوجد مجموع النمر الشهرية.

٣− نوجد القاسم حيث :

$$\text{القاسم} = \frac{12}{\text{ع}}$$

٤− مجموع الفوائد = (جج‹ٹ‹„„‡ش„Œ’ƒ‡,) / (ق‚س‹‡,)

النمر الشهرية = المبلغ × المدة بالشهور

نمر المبلغ الأول = ٢٧٠٠٠ × ٥ = ١٣٥٠٠٠

نمر المبلغ الثانى = ٢١٠٠٠ × ٨ = ١٦٨٠٠٠

نمر المبلغ الثالث = ١٥٠٠٠ × ٩ = ١٣٥٠٠٠

مجموع النمر الشهرية = ٤٣٨٠٠٠

مجموع الفوائد = (جج‹ٹ‹„„‡ش„Œ’ƒ‡,) / (ق‚س‹‡,)

$$= \frac{15 \times 438000}{1200}$$ = ٥٤٧٥ جنيهاً

الجملة = (٢٧٠٠٠ + ٢١٠٠٠ + ١٥٠٠٠) + ٥٤٧٥ = ٦٨٤٧٥ جنيهاً