الباب الرابع

الفائدة المركبة

COMPOUND INTEREST

الباب الرابع

الـفـائـــــــــدة الـمـركـبـــــــــة

Compund Interest

ذكرنا فى الباب الأول من هذا الكتاب أن الفائدة البسيطة تحسب على أساس أصل المبلغ المقترض أو المستثمر الذى يظل ثابتاً لا يتغير طوال فترة الاقتراض أو الاستثمار حيث ترتب على ذلك تساوى مقدار الفائدة البسيطة المحسوبة على الأصل فى نهاية كل وحدة زمنية. واسترجاعاً لما سبق إذا فرض أن شخصاً استثمر مبلغ ١٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات بمعدل فائدة بسيطة قدرها ١٢% سنوياً فإن

فائدة المبلغ فى نهاية السنة الأولى = فائدة المبلغ فى نهاية السنة الثانية
= فائدة المبلغ فى نهاية السنة الثالثة = ١٢ جنيهاً

[ف = ١٠٠ × $\frac{12}{100}$ × ١ = ١٢ جنيهاً]

ويكون مجموع الفوائد البسيطة المحسوبة على هذا المبلغ تساوى ٣٦ جنيهاً حيث [٣ × ١٢ = ٣٦]

وتكون جملة المبلغ بعد ٣ سنوات تساوى أصل المبلغ مضافاً إليه الفائدة

[جـ = أ + ف = ١٠٠ + ٣٦ = ١٣٦]

أما فى حالة الفائدة المركبة فإن الفائدة المستحقة فى نهاية السنة الأولى (١٢ جنيهاً) تضاف إلى أصل المبلغ المقترض أو المستثمر ويصير المبلغ المقترض أو المستثمر فى بداية السنة الثانية (١٠٠ + ١٢ = ١١٢) حيث

تحسب الفائدة فى نهاية السنة الثانية على الأصل الجديد وهو ١١٢ مما يؤدى إلى زيادة الفائدة المحسوبة كالآتى :

الفائدة فى نهاية السنة الثانية = ١١٢ × $\frac{12}{100}$ × ١ = ١٣,٤٤ جنيهاً

وبالتالى يصبح المبلغ المقترض أو المستثمر فى بداية السنة الثالثة يساوى ١١٢ + ١٣,٤٤ = ١٢٥,٤٤ جنيها وتحسب على هذا المبلغ الفائدة الجديدة فى نهاية السنة الثالثة كالآتى :–

الفائدة فى نهاية السنة الثالثة = ١٢٥,٤٤ × $\frac{12}{100}$ × ١ = ١٥,٠٥ جنيها

جملة المبلغ فى نهاية السنة الثالثة = ١٢٥,٤٤ + ١٥,٠٥ = ١٤٠,٤٩ جنيها

أى أن جملة مبلغ ١٠٠ جنيه فى نهاية ٣ سنوات بفائدة مركبة يكون أكبر من جملة هذا المبلغ بفائدة بسيطة فى نهاية نفس المدة وهذا يرجع إلى أن الفوائد فى حالة الفوائد المركبة تضاف إلى رأس المال فى نهاية كل وحدة زمنية ويتكون أصل جديد فى بداية وحدة الزمن التالية الأمر الذى يترتب عليه أن الأصل الخاضع للفائدة يتزايد بصفة مستمرة.

قانون الجملة المركبة :

يمكن إيجاد الجملة المركبة لمبلغ ما باستخدام القانون :

$$\text{جـ} = \text{أ}\,(1+\text{ع})^{\text{ن}} \qquad (١)$$

حيث : جـ : جملة المبلغ بفائدة مركبة.

أ : أصل المبلغ المقترض أو المستثمر.

ع : معدل الفائدة المركبة كل فترة تعلية للفائدة المركبة.

ن : عدد الوحدات الزمنية التى تعلى فيها الفائدة المركبة.

(١ + ع) : الجملة المركبة للجنيه الواحد فى نهاية (ن) وحدة زمنية وبمعدل قدره (ع).

تعلية الفوائد المركبة :

تعلية الفائدة معناها إضافة الفائدة إلى أصل المبلغ فقد تضاف الفائدة إلى الأصل فى نهاية كل سنة فتسمى تعلية سنوية Compounded annually ، وقد تضاف كل نصف سنة فتسمى تعلية نصف سنوية Compounded semiannually ، وقد تضاف كل ربع سنة فتسمى تعلية ربع سنوية Compounded quarterly ، وقد تضاف كل شهر فتسمى تعلية شهرية Compounded monthly ، وقد تضاف كل يوم فتسمى تعلية يومية Compounded daily ، وأخيراً قد تعلى كل لحظة Compounded continuously . ويجب أن تتوافق قيم ع ، ن بمعنى إذا كانت التعلية تتم كل سنة يكون المعدل سنوى وإذا كانت التعلية تتم كل نصف سنة يكون المعدل نصف سنوى وهكذا.

والجدول التالى يوضح بعض الأمثلة للمعدل السنوى الاسمى ومعدلات الفائدة المناظرة لوحدات الزمن التى تتم التعلية فى نهايتها.

المعدل السنوى الاسمى	عدد مرات التعلية (م)	المعدل المناظر لوحدة الزمن (ع)
١٢% تعلى كل سنة	١	١٢% ÷ ١ = ١٢%
١٢% تعلى كل نصف سنة	٢	١٢% ÷ ٢ = ٦%
١٢% تعلى كل ربع سنة	٤	١٢% ÷ ٤ = ٣%
١٢% تعلى كل شهر	١٢	١٢% ÷ ١٢ = ١%

١٢% تعلى كل يوم	٣٦٠	١٢% ÷ ٣٦٠ = ٠,٠٠٠٣٣٣٣٣٣
١٢% تعلى كل ساعة	٣٦٠ يوم × ٢٤ ساعة = ٨٦٤٠	١٢% ÷ ٨٦٤٠ = ٠,٠٠٠٠١٣٨٨٩

مثال (١) :

إذا كان المعدل السنوى الاسمى ٣٦% يعلى كل شهر. أوجد عدد مرات التعلية (م) والمعدل المناظر لوحدة الزمن (ع).

الحل : عدد مرات التعلية فى السنة (م) = ١٢

المعدل المناظر لوحدة الزمن (ع) = $\frac{36\%}{12}$ = ٣%

مثال (٢) :

أوجد الجملة المركبة والفائدة المركبة لمبلغ ٢٠٠٠ جنيه استثمر لمدة ١٠ سنوات بمعدل فائدة ١٦% إذا كانت :

أ – الفوائد تعلى كل سنة.

ب – الفوائد تعلى كل نصف سنة.

جـ – الفوائد تعلى كل ربع سنة.

د – الفوائد تعلى كل شهر.

هـ – الفوائد تعلى كل يوم.

و – الفوائد تعلى كل ساعة.

الحل : أ = ٢٠٠٠ جنيه

أ – إذا كانت الفائدة تعلى كل سنة :

عدد مرات التعلية فى عشر سنوات (ن) = ١٠ × ١ = ١٠

معدل الفائدة المناظر (ع) = ١٦%

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,١٦)^١٠

= ٨٨٢٢,٨٧ جنيهاً

ف = جـ - أ

= ٨٨٢٢,٨٧ - ٢٠٠٠ = ٦٨٢٢,٨٧ جنيهاً

ب - إذا كانت الفائدة تعلى كل نصف سنة :

عدد مرات التعلية فى عشر سنوات (ن) = ١٠ × ٢ = ٢٠

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,١٦ ÷ ٢ = ٠,٠٨

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٨)^٢٠ = ٢٠٠٠ (١,٠٨)^٢٠

= ٩٣٢١,٩١ جنيهاً

ف = جـ - أ

= ٩٣٢١,٩١ - ٢٠٠٠ = ٧٣٢١,٩١ جنيهاً

جـ - إذا كان الفوائد تعلى كل ربع سنة :

عدد مرات التعلية فى عشر سنوات (ن) = ١٠ × ٤ = ٤٠

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,١٦ ÷ ٤ = ٠,٠٤

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٤)^٤٠ = ٢٠٠٠ (١,٠٤)^٤٠

= ٩٦٠٢,٠٤ جنيهاً

ف = جـ - أ

= ٩٦٠٢,٠٤ - ٢٠٠٠ = ٧٦٠٢,٠٤ جنيهاً

د – إذا كانت الفوائد تعلى كل شهر :

عدد مرات التعلية فى عشر سنوات (ن) = ١٠ × ١٢ = ١٢٠

معـــــدل الفائـــــدة المنـــــاظر (ع) = ٠,١٦ ÷ ١٢ = ٠,٠١٣٣٣٣٣

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠١٣٣٣٣٣)^١٢٠

= ٢٠٠٠ (١,٠١٣٣٣٣٣)^١٢٠

= ٩٨٠١,٨٨ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٩٨٠١,٨٨ − ٢٠٠٠ = ٧٨٠١,٨٨ جنيهاً

هـ – إذا كانت الفوائد تعلى كل يوم :

عـدد مـرات التعليـة فـى عشـر سـنوات (ن) = ١٠ × ٣٦٠ = ٣٦٠٠

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,١٦ ÷ ٣٦٠ = ٠,٠٠٠٤٤٤٤٤٤

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٠٠٤٤٤٤٤٤)^٣٦٠٠

= ٢٠٠٠ (١,٠٠٠٤٤٤٤٤٤)^٣٦٠٠

= ٩٩٠٢,٥٤ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٩٩٠٢,٥٤ − ٢٠٠٠ = ٧٩٠٢,٥٤ جنيهاً

و – إذا كانت الفوائد تعلى كل ساعة :

عــدد مــرات التعليـــة فـــى عشـــر ســـنوات (ن) = ١٠ × ٨٦٤٠ = ٨٦٤٠٠

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,١٦ ÷ ٨٦٤٠ = ٠,٠٠٠٠١٨٥١٨٥

جـ = أ (1+ع)^ن

= ٢٠٠٠ (١ + ٠,٠٠٠٠١٨٥١٨٥)^٨٦٤٠٠

= ٢٠٠٠ (١,٠٠٠٠١٨٥١٨٥)^٨٦٤٠٠

= ٩٩٠٥,٩٠ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٩٩٠٥,٩٠ − ٢٠٠٠ = ٧٩٠٥,٩٠ جنيهاً

نلاحظ من هذا المثال أنـه بزيـادة عدد مرات تعليـة الفوائـد فـإن الجملـة المركبـة تزداد زيادة مطردة إلا أن مقدار هذه الزيادة يكون فـى تناقص مستمر وهذا ما يوضحه الجدول الآتى :

نوع التعلية	الجملة المركبة	الزيادة فى الجملة المركبة
كل سنة	٨٨٢٢,٨٧	
كل نصف سنة	٩٣٢١,٩١	٤٩٩,٠٤
كل ربع سنة	٩٦٠٢,٠٤	٢٨٠,١٣
كل شهر	٩٨٠١,٨٨	١٩٩,٨٤
كل يوم	٩٩٠٢,٥٤	١٠٠,٦٦
كل ساعة	٩٩٠٥,٩٠	٣,٣٦

ولذلك تقوم الكثير من البنوك فى أمريكا وأوروبا بتعلية الفوائد المركبة كل لحظة وذلك لجذب الايداعات والودائع وهذا النوع من التعلية يعرف باسم التعلية المستمرة.

التعلية المستمرة : Continuous Compounding

يمكن استخدام القانون التالى لايجاد الجملة المركبة فىحالة التعلية المستمرة للفوائد.

جـ = ن†Œ ع¯و (٢)

حيث : جـ : الجملة المركبة.

أ : أصل المبلغ المقترض أو المستثمر.

ت : عدد السنوات.

ع¯ : المعدل السنوى للفائدة.

هـ : ٢,٧١٨٢٨٢

مثال (٣) :

استثمر شخص مبلغاً وقدره ٣٠٠٠ جنيه لمدة ١٨ شهراً بمعدل فائدة مركبة ٨% فى السنة أوجد الجملة المركبة والفائدة المركبة إذا كانت الفائدة :

أ – تعلى كل نصف سنة. ب – تعلى كل ربع سنة.

جـ – تعلى كل شهر. د – تعلى باستمرار.

الحل : أ = ٣٠٠٠ جنيه.

أ – إذا كانت الفائدة تعلى كل نصف سنة :

عدد مرات التعلية فى السنة (م) = ٢

عدد مرات التعلية فى سنة ونصف (ن) = $\frac{3}{2}$ × ٢ = ٣

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,٠٨ ÷ ٢ = ٠,٠٤

جـ = أ (1+ع)^ن

= ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٤)^٣

= ٣٠٠٠ (١,٠٤)^٣

= ٣٠٠٠ × ١,٠١٢٤٨٦٤ = ٣٣٧٤,٥٩ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٣٣٧٤,٥٩ − ٣٠٠٠ = ٣٧٤,٥٩ جنيهاً

ب − إذا كانت الفائدة تعلى كل ربع سنة :

عدد مرات التعلية فى السنة (م) = ٤

عدد مرات التعلية فى سنة ونصف (ن) = $\frac{3}{2}$ × ٤ = ٦

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,٠٨ ÷ ٤ = ٠,٠٢

جـ = أ (1+ع)^ن

= ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٢)^٦

= ٣٠٠٠ (١,٠٢)^٦

= ٣٠٠٠ × ١,١٢٦١٦٢٤ = ٣٣٧٨,٤٩ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٣٣٧٨,٤٩ − ٣٠٠٠ = ٣٧٨,٤٩ جنيهاً

جـ − إذا كانت الفائدة تعلى كل شهر :

عدد مرات التعلية فى السنة (م) = ١٢

عدد مرات التعلية فى سنة ونصف (ن) = $\frac{3}{2}$ × ١٢ = ١٨

معـــــــدل الفائـــــــدة المنـــــــاظر (ع) = ٠,٠٨ ÷ ١٢ = ٠,٠٠٦٦٦٦٧

جـ = أ $(1+ع)^{ن}$

= ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٠٦٦٦٦٧)^{١٨}

= ٣٠٠٠ (١,٠٠٦٦٦٦٧)^{١٨}

= ٣٠٠٠ × ١,١٢٧٠٤٧٩ = ٣٣٨١,١٤ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٣٣٨١,١٤ − ٣٠٠٠ = ٣٨١,١٤ جنيهاً

د − إذا كانت التعلية مستمرة :

المعدل السنوى ع− = ٠,٠٨

عدد السنوات (ت) = $1\frac{1}{2}$ سنة

جـ = ن†Œ$^{ع ̄و}$

= ٣٠٠٠ Œ†$^{\frac{3}{2}\times 0.08}$

= ٣٠٠٠ هـ^{٠,١٢}

جـ = ٣٠٠٠ × ١,١٢٧٤٩٧ = ٣٣٨٢,٤٩ جنيهاً

ف = جـ − أ

= ٣٣٨٢,٤٩ − ٣٠٠٠ = ٣٨٢,٤٩ جنيهاً

المعدل الحقيقى للفائدة : Effective Interest Rate

يعرف المعدل الحقيقى للفائدة بأنه عبارة عن معدل الزيادة الفعلية لكل وحدة نقدية نتيجة تعلية الفائدة أكثر من مرة فى السنة. ويستخدم المعدل الحقيقى فى المقارنة بين فرص الاستثمار والاقتراض المتاحة حيث يتم اختيار الوعاء الاستثمارى الذى يعطى أعلى معدل حقيقى للفائدة أو اختيار القرض الذى يتميز بأقل معدل حقيقى وقد رأينا أن أعلى معدل حقيقى للفائدة يتحقق فى حالة التعلية المستمرة للفائدة وأقل قيمة للمعدل الحقيقى للفائدة تتحقق عندما تكون تعليه الفوائد كل سنة وهو فى هذه الحالة يكافئ المعدل الاسمى.

هذا ويمكن حساب المعدل الحقيقى للفائدة باستخدام العلاقة الرياضية الآتية :

$$\text{ر} = (1+\text{ع})^{\text{م}} - 1 \qquad (٣)$$

حيث :

ر : المعدل الحقيقى للفائدة.

م : عدد مرات تعلية الفائدة كل سنة.

ع : معدل الفائدة المناظر لكل فترة تعلية.

مثال (٤) :

ما هو المعدل الحقيقى السنوى المقابل للمعدل الاسمى ١٢% إذا كانت الفوائد تضاف للأصل (تعلى) كل ربع سنة ؟

الحل : عدد مرات التعلية فى السنة (م) = ٤ مرات

معدل الفائدة المناظر (ع) = ٠,١٢ ÷ ٤ = ٠,٠٣

$$\text{ر} = (\text{١} + \text{ع})^{\text{م}} - \text{١}$$

$$= (\text{١} + \text{٠,٠٣})^{\text{٤}} - \text{١}$$

$$= (\text{١,٠٣})^{\text{٤}} - \text{١} = \text{١,١٢٥٥٠٩} - \text{١}$$

= ٠,١٢٥٥١ = ١٢٥٥٠% سنوياً

مثال (٥) :

احسب المعدل الحقيقى للفائدة المناظر للمعدل الاسمى ١٤% إذا كانت الفائدة تعلى :

أولاً : كل نصف سنة. ثانياً : كل ربع سنة.

ثالثاً : كل شهر. رابعاً : كل يوم.

الحل : أولاً : إذا كانت الفائدة تعلى كل نصف سنة :

عدد مرات التعلية م = ٢ مرتان

معدل الفائدة المناظر ع = ٠,١٤ ÷ ٢ = ٠,٠٧

ر = (١ + ع)^{م} − ١

= (١ + ٠,٠٧)^{٢} − ١

= (١,٠٧)^{٢} − ١ = ١,١٤٤٩ − ١

= ٠,١٤٤٩ = ١٤,٤٩ %

ثانياً : إذا كانت الفائدة تعلى كل ربع سنة :

عدد مرات التعلية م = ٤ مرات

معدل الفائدة المناظر ع = ٠,١٤ ÷ ٤ = ٠,٠٣٥

ر = (١ + ع)^{م} − ١

= (١ + ٠,٠٣٥)^{٤} − ١

= (١,٠٣٥)^{٤} − ١ = ١,١٤٧٥٢٣ − ١

=   ٠,١٤٧٥٢٣   =   ١٤,٧٥٢ %

ثالثاً : إذا كانت الفائدة تعلى كل شهر :

عدد مرات التعلية   م   =   ١٢ مرة

معدل الفائدة المناظر   ع   =   ٠,١٤ ÷ ١٢ = ٠,٠١١٦٦٦٦

ر   =   (١ + ع)م − ١

=   (١ + ٠,١١٦٦٦٦)١٢ − ١

=   (١,٠١١٦٦٦٦)١٢ − ١

=   ١,١٤٩٣٤ − ١

=   ٠,١٤٩٣٤   =   ١٤,٩٣٤%

رابعاً : إذا كانت الفائدة تعلى كل يوم :

عدد مرات التعلية   م   =   ٣٦٠ مرة

معدل الفائدة المناظر   ع   =   ٠,١٤ ÷ ٣٦٠ =

٠,٠٠٠٣٨٨٨٨٩

المعدل الحقيقى للفائدة

ر   =   (١ + ع)م − ١

=   (١ + ٠,٠٠٠٣٨٨٨٨٩)٣٦٠ − ١

=   (١,٠٠٠٣٨٨٨٨٩)٣٦٠ − ١

=   ١,١٥٠٢٤٣ − ١

=   ٠,١٥٠٢٤٣   =   ١٥,٠٢٤%

مثال (٦)

إذا أردت استثمار مبلغ ما من المال فأيهما تفضل : وعاء استثمارى (أ) يعطى معدل فائدة ٨% بحيث تضاف الفوائد إلى الأصل كل شهر أو وعاء استمثارى (ب) يعطى معدل فائدة ٨,٥% تعلى بموجبه الفوائد كل ربع سنة ؟

الحل :

للمقارنة بين هذين الوعائين يجب حساب المعدل الحقيقى للفائدة لكل استمثار على حدة واختيار أكبرهما.

اولاً : الوعاء الاستثمار (أ) :

عدد مرات تعلية الفوائد م = ١٢ مرة

معدل الفائدة المناظر ع = ٠,٠٨ ÷ ١٢ = ٠,٠٠٦٦٦٦٧

المعدل الحقيقى للفائدة ر = (١ + ع)^{م} − ١

= (١ + ٠,٠٠٦٦٦٦٧)^{١٢} − ١

= (١,٠٠٦٦٦٦٧)^{١٢} − ١

= ١,٠٨٢٩٩٩٥ − ١

= ٠,٠٨٢٩٩٩٥ = ٨,٢٩٩٩٩٥%

ثانياً : الوعاء الاستثمارى (ب) :

عدد مرات تعلية الفوائد م = ٤ مرات

معدل الفائدة المناظر ع = ٠,٠٨٥ ÷ ٤ = ٠,٠٢١٢٥

المعدل الحقيقى للفائدة

ر = (١ + ع)^{م} − ١

= (١ + ٠,٠٢١٢٥)^{٤} − ١

= (١,٠٢١٢٥)^{٤} − ١

= ١,٠٨٧٧٤٨ − ١

= ٠,٠٨٧٧٤٨ = ٨,٧٧٤٨%

∴ الوعاء الاستثمارى (ب) أفضل من الوعاء الاستثمارى (أ)

لأن :

المعدل الحقيقى للفائدة للوعاء الاستثمارى (ب) أكبر من المعدل الحقيقى للفائدة للوعاء الاستثمارى (أ)

المعدل الحقيقى للفائدة فى حالة التعلية المستمرة :

يمكن حساب المعدل الحقيقى للفائدة إذا كانت الفوائد تعلى باستمرار (كل لحظة) وذلك باستخدام العلاقة الرياضية الآتية :-

$$ر = هـ^{\bar{ع}\,ت} - ١ \qquad (٤)$$

حيث :

ر = المعدل الحقيقى للفائدة

ع¯ = معدل الفائدة الاسمى السنوى

ت = عدد السنوات

هـ = ٢,٧١٨٢٨٢

مثال (٧)

أوجد المعدل الحقيقى للفائدة للمعدل الاسمى السنوى ١٨% إذا كانت الفوائد تضاف للأصل لحظياً (كل لحظة) وذلك لمدة عام.

الحل :

ع¯ = ١٨% ت = ١

المعدل الحقيقى للفائدة ر = $هـ^{\bar{ع}\,ت} - ١$

= $هـ^{1\times0.18} - ١$

= $Œ†^{0.18}$ − ١

= ١,١٩٧٢١٧ − ١

= ٠,١٩٧٢١٧ = ١٩,٧٢٢%

مثال (٨) :

احسب الجملة المركبة لمبلغ ٨٠٠٠ جنيه إذا كان معدل الفائدة المركبة ١٥% سنوياً تعلى كل لحظة، وذلك :

أولاً : لمدة ثلاث سنوات.   ثانياً : لمدة خمس سنوات.

ثالثاً : لمدة سبع سنوات.

الحل :

أولاً : أ = ٨٠٠٠ جنيه   ع‾ = ١٥%

ت = ٣ سنوات

حـ = $Œ†^{ع‾و}$

= ٨٠٠٠ $Œ†^{3×0.15}$

= ٨٠٠٠ $Œ†^{0.45}$

= ٨٠٠٠ × ١,٥٦٨٣١٢٢

= ١٢٥٤٦,٤٩٧ جنيهاً

ثانياً : أ = ٨٠٠٠ جنيه   ع‾ = ١٥%

ت = ٥ سنوات

حـ = $Œ†^{ع‾و}$

= ٨٠٠٠ $Œ†^{5×0.15}$

= ٨٠٠٠ $Œ†^{0.75}$

= ٨٠٠٠ × ٢,١١٧

= ١٦٩٣٦ جنيهاً

ثالثاً : أ = ٨٠٠٠ جنيه   ع‾ = ١٥%

ت = ٧ سنوات

حـ = Œ† $^{\text{ع‾و}}$

= ٨٠٠٠ Œ† $^{7\times0.15}$

= ٨٠٠٠ Œ† $^{1.05}$

= ٨٠٠٠ × ٢,٨٥٧٦٥١

= ٢٢٨٦١,٢٠٩ جنيهاً

مثال (٩) :

استثمر شخص مبلغاً وقدره ٢٠٠٠٠ جنيه من بنك الدلتا وذلك لمدة عشر سنوات. فإذا علمت أن البنك يعطى معدلات الفائدة المركبة بالشروط الآتية :

(أ) ١٠% سنوياً لمدة الخمس سنوات الأولى على أن تضاف الفوائد كل ربع سنة.

(ب) ١٤% سنوياً للخمس سنوات الباقية على أن تضاف الفوائد على الأصل كل شهر.

احسب رصيد هذا الشخص بعد عشر سنوات.

الحـل : فى مثل هذا المثال وفى حالة تغير معدل الفائدة نقوم باستخدام الخطوات الآتية لايجاد جملة مال هذا الشخص بعد عشر سنوات :

أولاً : الجملة المركبة بعد الخمس سنوات الأولى :

أ = ٢٠٠٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية فى السنة م = ٤ مرات

عدد مرات التعلية فى ٥ سنوات ن = ٥ × ٤ = ٢٠ مرة

معدل الفائدة ربع السنوى ع = ٠,١٠ ÷ ٤ = ٠,٢٥

حـ = أ (١ + ع)^ن^

= ٢٠٠٠٠ (١ + ٠,٠٢٥)^٢٠^

= ٢٠٠٠٠ (١,٠٢٥)^٢٠^

= ٢٠٠٠٠ × ١,٦٣٨٦١٦ = ٣٢٧٧٢,٣٢٩ جنيهاً

ثانياً : نستخدم الجملة المركبة بعد الخمس سنوات الأولى كأصل فى بداية الخمس سنوات التالية. أى أن

أ = ٣٢٧٧٢,٣٢٩ جنيهاً

عدد مرات التعلية فى السنة م = ١٢ مرة

عدد مرات التعلية فى ٥ سنوات ن = ٥ × ١٢ = ٦٠ مرة

معدل الفائدة المركبة الشهرى = ٠,١٤ ÷ ١٢ = ٠,٠١١٦٦٦٦

حـ = أ (١ + ع)^ن^

= ٣٢٧٧٢,٣٢٩ (١ + ٠,٠١١٦٦٦٦)^٦٠^

= ٣٢٧٧٢,٣٢٩ (١,٠١١٦٦٦٦)^٦٠^

= ٣٢٧٧٢,٣٢٩ × ٢,٠٠٥٦٠٩٨

= ٦٥٧٢٨,٥٠٤ جنيها

∴ رصيد الاستثمار لهذا الشخص يبلغ ٦٥٧٢٨,٥٠٤ جنيهاً فى نهاية ١٠ سنوات.

مثال (١٠) :

أودع أشرف مبلغاً وقدره ٨٥٠٠ جنيه فى بنك الزقازيق لمدة ١٢ سنة. فإذا علمت أن البنك يتبع سياسة معينة لجذب ايداعات العملاء طويلة الأجل وذلك كالتالى :−

(أ) يعطى البنك فائدة مركبة على الايداعات بفائدة مركبة قدرها ١٢% تعلى كل نصف سنة لمدة الخمس سنوات الأولى.

(ب) يعطى البنك فائدة مركبة على الايداعات بفائدة مركبة قدرها ١٥% تعلى كل ربع سنة لمدة الخمس سنوات الثانية.

(جـ) يعطى البنك فائدة مركبة قدرها ١٨% تعلى كل شهر لمدة الخمس سنوات الثالثة.

أوجد الجملة المركبة لأشرف فى نهاية مدة الإيداع.

الحل : أولاً : بالنسبة للخمس سنوات الأولى :

أ = ٨٥٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية فى السنة م = ٢

عدد مرات التعلية فى ٥ سنوات ن = ٥ × ٢ = ١٠ مرات

معدل الفائدة نصف السنوى ع = ٠,١٢ ÷ ٢ = ٠,٠٦

حـ = أ (١ + ع)^{١٠}

= ٨٥٠٠ (١ + ٠,٠٦)^{١٠}

= ٨٥٠٠ (١,٠٦)^{١٠}

= ٨٥٠٠ × ١,٧٩٠٨٤٧٧

= ١٥٢٢٢,٢٠٥ جنيهاً

ثانياً : بالنسبة للخمس سنوات الثانية :

أ = ١٥٢٢٢,٢٠٥ جنيهاً

عدد مرات التعلية فى السنة م = ٤ مرات

عدد مرات التعلية فى ٥ سنوات ن = ٥ × ٤ = ٢٠ مرة

معدل الفائدة الربع سنوى ع = ٠,١٥ ÷ ٤ = ٠,٠٣٧٥

حـ = أ (١ + ع)^{ن}

= ١٥٢٢٢,٢٠٥ (١ + ٠,٠٣٧٥)^{٢٠}

= ١٥٢٢٢,٢٠٥ (١,٠٣٧٥)^{٢٠}

= ١٥٢٢٢,٢٠٥ × ٢,٠٨٨١٥٢

= ٣١٧٨٦,٢٧٨ جنيهاً

ثالثاً : بالنسبة للمدة الباقية (سنتين) :

أ = ٣١٧٨٦,٢٧٨

عدد مرات التعلية فى السنة م = ١٢ مرة

عدد مرات التعلية فى سنتين ن = ٢ × ١٢ = ٢٤ مرة

معدل الفائدة الشهرى ع = ٠,١٨ ÷ ١٢ = ٠,٠١٥

حـ = أ (١ + ع)^{ن}

= ٣١٧٨٦,٢٧٨ (١ + ٠,٠١٥)^{٢٤}

= ٣١٧٨٦,٢٧٨ (١,٠١٥)^{٢٤}

= ٣١٧٨٦,٢٧٨ × ١,٤٢٩٥٠٢٨

= ٤٥٤٣٨,٥٧٤ جنيهاً

∴ الجملة المركبة فى نهاية ١٢ سنة هى ٤٥٤٣٨,٥٧٤ جنيهاً

مثال (١١) :

أوجد الجملة المركبة لمبلغ قيمته ٣٥٠٠ جنيه تم ايداعه فى البنك الأهلى فرع ٦ أكتوبر لمدة ٣ سنوات و ٥ شهور بمعدل فائدة ١٢% تعلىكل نصف سنة.

الحـل : فى هذا المثال نلاحظ أن مدة الايداع الكلية ثلاث سنوات وخمس شهور وحيث أن الفوائد تضاف إلىالأصل كل نصف سنة فإنه يجب تحويل المدة إلى أنصاف سنوات. وحيث أنه يمكن تحويل ٣ سنوات فقط إلى أنصاف سنوات ويتبقى من المدة ٣ شهور فإن الاجراء المتبع لحل هذا المثال يتلخص فى الآتى :-

١- إيجاد الجملة المركبة لمبلغ ٣٥٠٠ جنيه لمدة ٣ سنوات بمعدل فائدة مركبة ١٢% فى السنة تعلى كل نصف سنة.

٢- استخدام الجملة المركبة المتحصل عليها فى الخطوة (١) كأصل جديد نحسب له الجملة بفائدة بسيطة بمعدل ١٢% فى السنة لمدة ٥ شهور.

أولاً : ايجاد الجملة المركبة لمبلغ ٣٥٠٠ جنيه :

أ = ٣٥٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية فى السنة م = ٢

عدد مرات التعلية فى ٣ سنوات ن = ٣ × ٢ = ٦

معدل الفائدة نصف السنوى ع = ٠,١٢ ÷ ٢ = ٠,٠٦

حـ = أ $(١ + ع)^{ن}$

= ٣٥٠٠ $(١ + ٠,٠٦)^{٦}$

= ٣٥٠٠ $(١,٠٦)^{٦}$

= ٣٥٠٠ × ١,٤١٨٥١٩١

= ٤٩٦٤,٨١٧ جنيهاً

ثانياً : ايجاد الجملة لمبلغ ٤٩٦٤,٨١٧ جنيهاً بفائدة بسيطة ١٢% :

أصل المبلغ أ = ٤٩٦٤,٨١٧

معدل الفائدة البسيطة ع = ١٢%

الزمن ن = ٥ شهور

حـ = أ (١ + ع ن)

$$= ٤٩٦٤,٨١٧ \; (١ + \frac{12}{100} \times \frac{5}{12})$$

= ٤٩٦٤,٨١٧ (١ + ٠,٠٥)

= ٤٩٦٤,٨١٧ (١,٠٥)

= ٥٢١٣,٠٥٨ جنيهاً

ملحوظة : نلاحظ فى هذا المثال أن مبلغ ٣٥٠٠ جنيه حقق جملة مركبة قدرها ٤٩٦٤,٨١٧ جنيهاً فى مدة ٣ سنوات بمعدل فائدة مركبة قدره ١٢% فى السنة بحيث تضاف الفوائد على الأصل كل نصف سنة وحيث أن مبلغ ٤٩٦٤,٨١٧ جنيهاً ظل مودعاً فى وعائه الاستثمارى لمدة ٥ شهور أخرى وهى أقل من كونها وحدة تعلية (وحدة التعلية ٦ شهور) فإنه تم إيجاد جملة هذا المبلغ بفائدة بسيطة بنفس المعدل ١٢% فى السنة فى نهاية هذه الشهور الخمسة.

القيمة الحالية بفائدة مركبة

Present Value at Compound Interest

فى كثير من الأحوال يحتاج الأمر فى المعاملات التجارية وغيرها ايجاد القيمة الحالية لمبلغ ما يستحق الدفع فى المستقبل، والتى تستخدم كثيراً فى حالة سداد القروض قبل ميعاد استحقاقها.

هذا ويمكن ايجاد القيمة الحالية لمبلغ ما باستخدام المعادلة (١) وحلها بالنسبة إلى (أ) حيث نحصل على القانون الآتى :

$$أ = \frac{جـ}{(1+ع)^{ن}}$$

$$= جـ\ (1+ع)^{-ن} \qquad (٥)$$

حيث :

أ : القيمة الحالية لمبلغ قدره حـ يستحق الدفع فى المستقبل.

حـ : الجملة التى تستحق الدفع المستقبل.

ع : معدل الفائدة لكل فترة زمنية تعلى فيها الفائدة.

ن : عدد الفترات الزمنية التى تعلى فيها الفائدة.

$(1+ع)^{-ن}$: القيمة الحالية لمبلغ واحد جنيه.

أى أن :

القيمة الحالية = ,‡ƒ‡‹ج / ,‡ïي,‡̈‡'جث Œ,‡‡,ي'ƒ,‡'ق‹ƒ

مثال (١٢) :

أوجد القيمة الحالية لمبلغ ٧٢٠٠ جنيه تستحق الدفع بعد ٣ سنوات إذا كان معدل الفائدة ٨% مع إضافة الفوائد إلى الأصل مرتين فى السنة.

الحل : حـ = ٧٢٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية فى السنة م = ٢

عدد مرات التعلية فى ٣ سنوات ن = ٣ × ٢ = ٦

معدل الفائدة نصف السنوى = ٠,٠٨ ÷ ٢ = ٠,٠٤

القيمة الحالية = حـ $(1+ع)^{-ن}$

= ٧٢٠٠ (١ + ٠,٠٤)$^{-٦}$

= ٧٢٠٠ (١,٠٤)$^{-٦}$

= ٧٢٠٠ × ٠,٠٧٩٠٣١٤٥

= ٥٦٩٠,٢٦٥ جنيهاً

لاحظ دائماً أن القيمة الحالية تكون أقل من الجملة.

مثال (١٣) :

أوجد القيمة الحالية لمبلغ قدره ١٢٨٠٠ جنيه يستحق الدفع بعد ٥ سنوات من الآن إذا كان معدل الفائدة ١٥% والتعلية شهرية.

الحل : حـ = ١٢٨٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية فى السنة م = ١٢ مرة

عدد مرات التعلية فى ٥ سنوات ن = ٥ × ١٢ = ٦٠ مرة

معدل الفائدة الشهرى ع = ٠,١٥ ÷ ١٢ = ٠,٠١٢٥

القيمة الحالية أ = حـ $(1+ع)^{-ن}$

= ١٢٨٠٠ (١ + ٠,٠١٢٥)$^{-٦٠}$

= ١٢٨٠٠ (١,٠١٢٥)$^{-٦٠}$

= ١٢٨٠٠ × ٠,٤٧٤٥٦٧٦

= ٦٠٧٤,٤٦٥ جنيهاً

مثال (١٤) :

ما هو المبلغ الواجب استثماره فى وعاء استثمارى يعطى ١١,٤% وتضاف بموجبه الفوائد كل ٣ شهور ويحقق عائد اجمالى قدره ٢٢٠٠٠ جنيه فى نهاية ٤ سنوات ؟

الحل : حـ = ٢٢٠٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية فى السنة م = ١٢ ÷ ٣ = ٤ مرات

عدد مرات التعلية فى ٤ سنوات ن = ٤ × ٤ = ١٦ مرة

معدل الفائدة ربع السنوى ع = ٠,١١٤ ÷ ٤ = ٠,٠٢٨٥

القيمة الحالية = حـ (1+ع)$^{-ث}$

= ٢٢٠٠٠ (١ + ٠,٢٨٥)$^{-١٦}$

= ٢٢٠٠٠ (١,٠٢٨٥)$^{-١٦}$

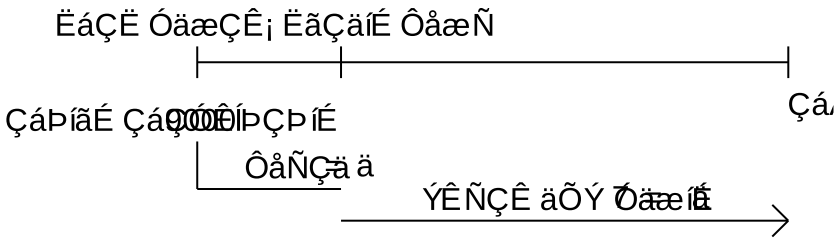
= ٢٢٠٠٠ × ٠,٦٣٧٨٦٨٦

= ١٤٠٣٣,١١ جنيهاً

مثال (١٥) :

كمبيالة قيمتها الاستحقاقية ٩٠٠٠ جنيه تستحق بعد ٣ سنوات و ٨ شهور. ما هى القيمة الحالية لهذه الكمبيالة إذا كان معدل الفائدة ٩% مع إضافة الفوائد مرتين سنوياً ؟

الحل :



فى هذا المثال نلاحظ أن ٣ سنوات يمكن تحويلها إلى ٦ فترات نصف سنوية (٣ × ٢ = ٦) ، كذلك يمكن تحويل ٨ شهور إلى نصف سنة وشهرين وبالتالى تكون المدة عبارة عن ٧ فترات نصف سنوية وشهرين ولايجاد القيمة الحالية نتبع الخطوات الآتية :

١- نوجد القيمة الحالية للقيمة الاستحقاقية لمدة شهرين بفائدة بسيطة.

٢- نوجد القيمة الحالية للقيمة الحالية المتحصل عليها فى خطوة (١) باعتبارها جملة جديدة وذلك باستخدام الفائدة المركبة كالتالى :

أولاً : القيمة الحالية لمبلغ ٩٠٠٠ جنيه لمدة شهرين بفائدة بسيطة :

حـ = ٩٠٠٠ جنيه

ع = ٩% سنوياً

ن = شهران

$$أ = \frac{ج}{1+ع ن} = \frac{9000}{1+\frac{9}{100}\times\frac{2}{12}}$$

$$= \frac{9000}{1+0.015} = \frac{9000}{1.015} =$$ ٨٨٦٦,٩٩٥ جنيهاً

ثانياً : القيمة الحالية لمبلغ ٨٨٦٦,٩٩٥ جنيهاً بفائدة مركبة :

حـ = ٨٨٦٦,٩٩٥ جنيهاً

ن = ٧ فترات زمنية نصف سنوية

ع = ٠,٠٩ ÷ ٢ = ٠,٠٤٥

القيمة الحالية = حـ$(1+ع)^{-ن}$

= ٨٨٦٦,٩٩٥ $(١ + ٠,٠٤٥)^{-٧}$

= ٨٨٦٦,٩٩٥ $(١,٠٤٥)^{-٧}$

= ٦٥١٥,٧٢٠ جنيهاً

مثال (١٦) :

شخص يريد شراء جهاز كمبيوتر وأمامه طريقتان للشراء ويريد اختيار إحداهما :

البديل الأول : أن يشترى الجهاز نقداً بمبلغ ٤٥٠٠ جنيه.

البديل الثانى : أن يدفع ٢٠٠٠ جنيه عند الشراء، ٣٠٠٠ جنيه بعد ٣ سنوات.

فإذا كان معدل الفائدة السائد هو ٦% يعلى كل نصف سنة. فأى البديلين أفضل لهذا الشخص ؟

الحل : للمقارنة بين هذين البديلين نقارن بين القيمة الحالية لكل بديل ثم نختار البديل الذى قيمته الحالية أقل.

البديل الأول : القيمة الحالية = ٤٥٠٠ جنيه

البديل الثانى : القيمة الحالية لمبلغ ٣٠٠٠ جنيه

م = ٢

ن = ٣ × ٢ = ٦

ع = ٠,٠٦ ÷ ٢ = ٠,٠٣

أ = حـ $(1+ع)^{-ن}$

= ٣٠٠٠ (١ + ٠,٠٣)$^{-٦}$

= ٣٠٠٠ (١,٠٣)$^{-٦}$

= ٣٠٠٠ × ٠,٨٣٧٤٨٤٢

= ٢٥١٢,٤٥٣ جنيهاً

القيمة الحالية للبديل الثانى = ٢٥١٢,٤٥٣ + ٢٠٠٠ = ٤٥١٢,٤٥٣ جنيهاً

وحيث أن القيمة الحالية للبديل الأول (٤٥٠٠) أقل من القيمة الحالية للبديل الثانى (٤٥١٢,٤٥٣)، إذن البديل الأول أفضل من البديل الثانى.

الفرق = ٤٥١٢,٤٥٣ – ٤٥٠٠ = ١٢,٤٥٣ جنيهاً

إيجاد أحد عوامل الفائدة المركبة :

مثال (١٧) :

إذا كانت الجملة المركبة لمبلغ ٣٢٠٠ جنيه بعد ٣ سنوات تبلغ ٦٤٠٠ جنيه. أوجد معدل الفائدة المركبة إذا كانت :

أولاً : الفائدة تعلى سنوياً. ثانياً : الفائدة تعلى كل نصف سنة.

ثالثاً : الفائدة تعلى كل ربع سنة.

الحل : أولاً : إذا كانت الفائدة تعلى سنوياً :

أ = ٣٢٠٠ جنيه

حـ = ٦٤٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية = ٣ × ١ = ٣

حـ = أ (١ + ع)ن

٦٤٠٠ = ٣٢٠٠ (١ + ع)٣

(١ + ع)٣ = $\frac{6400}{3200}$

(١ + ع)٣ = ٢

بأخذ لوغاريتم الطرفين

لو (١ + ع)٣ = لو ٢

٣ لو (+ ع) = لو ٢

لو (١ + ع) = $\frac{2}{3}$

لو (١ + ع) = ٠,١٠٠٣٤٣

١ + ع = العدد المقابل للقيمة ٠,١٠٠٣٤٣

١ + ع = ١,٢٥٩٩٢١

ع = ١,٢٥٩٩٢١ − ١

ع = ٠,٢٥٩٩٢١

= ٢٥,٩٩% سنوياً

ثانياً : إذا كانت الفوائد تعلى كل نصف سنة :

أ = ٣٢٠٠ جنيه

حـ = ٦٤٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية = ٣ × ٢ = ٦ مرات

حـ = أ (١ + ع)ن

٦٤٠٠ = ٣٢٠٠ (١ + ع)٦

$(١ + ع)^{٦} = \frac{6400}{3200}$

$(١ + ع)^{٦} = ٢$

بأخذ لوغاريتم الطرفين :

لو $(١ + ع)^{٦}$ = لو ٢

٦ لو (١ + ع) = لو ٢

لو (١ + ع) = $\frac{2‡}{6}$

لو (١ + ع) = ٠,٠٥٠١٧١٦

١ + ع = العدد المقابل للقيمة ٠,٠٥٠١٧١٦

١ + ع = ١,١٢٢٤٦٢

ع = ١,١٢٢٤٦٢ − ١

= ٠,١٢٢٤٦٢ = ١٢,٢٥% كل نصف سنة

∴ المعدل الاسمى السنوى = ١٢,٢٥ × ٢ = ٢٤,٥%

ثالثاً : إذا كانت الفائدة تعلى كل ربع سنة :

أ = ٣٢٠٠ جنيه

حـ = ٦٤٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية = ٣ × ٤ = ١٢ مرة

حـ = أ $(١ + ع)^{ن}$

٦٤٠٠ = ٣٢٠٠ $(١ + ع)^{١٢}$

(١ + ع)^١٢ = $\frac{6400}{3200}$

(١ + ع)^١٢ = ٢

بأخذ لوغاريتم الطرفين :

لو (١ + ع)^١٢ = لو ٢

١٢ لو (١ + ع) = لو ٢

لو (١ + ع) = $\frac{2\ddagger}{12}$

لو (١ + ع) = ٠,٠٢٥٠٨٥٨

١ + ع = العدد المقابل للقيمة ٠,٠٢٥٠٨٥٨

١ + ع = ١,٠٥٩٤٦٣١

ع = ١,٠٥٩٤٦٣١ − ١

= ٠,٠٥٩٤٦٣ = ٥,٩٤٦% كل ربع سنة

∴ المعدل الاسمى السنوى = ٥,٤٩٦ × ٤ = ٢١,٩٨٤%

مثال (١٨) :

إذا كانت الجملة المركبة لمبلغ ٣٠٠٠ جنيه بعد ٥ سنوات هى ١٩٠٠٠ جنيه. أوجد معدل الفائدة المركبة المستخدم فى حالة :

أولاً : تعلية الفوائد كل شهر. ثانياً : تعلية الفوائد كل يوم.

ثالثاً : تعلية الفوائد لحظياً.

الحل : أولاً : إذا كانت الفوائد تعلى كل شهر :

أ = ٣٠٠٠ جنيه

حـ = ١٩٠٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية = ٥ × ١٢ = ٦٠ مرة

حـ = أ (أ + ع)^{ن}

١٩٠٠٠ = ٣٠٠٠ (١ + ع)^{٦٠}

(١ + ع)^{٦٠} = $\frac{19000}{3000}$

(١ + ع)^{٦٠} = ٦,٣٣٣٣٣٣

بأخذ لوغاريتم الطرفين :

لو (١ + ع)^{٦٠} = لو ٦,٣٣٣٣٣٣

٦٠ لو (١ + ع) = لو ٦,٣٣٣٣٣٣

لو (١ + ع) = $\frac{6.333333}{60}$

لو (١ + ع) = ٠,٠٠٧٩٥٢

١ + ع = العدد المقابل للقيمة ٠,٠٠٧٩٥٢

١ + ع = ١,٠١٨٤٧٨٨

ع = ١,٠١٨٤٧٨٨ − ١

= ٠,٠١٨٤٧٨٨

= ١,٨٤٧٨٨% كل شهر

∴ المعدل الأسمى السنوى = ١,٨٤٧٨٨ × ١٢ = ٢٢,١٧٥%

ثانياً : إذا كانت الفوائد تعلى كل يوم :

أ = ٣٠٠٠ جنيه

حـ = ١٩٠٠٠ جنيه

عدد مرات التعلية = ٥ × ٣٦٠ = ١٨٠٠

حـ = أ (١ + ع)ن

١٩٠٠٠ = ٣٠٠٠ (١ + ع)١٨٠٠

$$(١ + ع)^{١٨٠٠} = \frac{19000}{3000}$$

(١ + ع)١٨٠٠ = ٦,٣٣٣٣٣٣

بأخذ لوغاريتم الطرفين :

لو (١ + ع)١٨٠٠ = لو ٦,٣٣٣٣٣٣

١٨٠٠ لو (١ + ع) = لو ٦,٣٣٣٣٣٣

$$لو (١ + ع) = \frac{6.333333}{1800}$$

$$لو (١ + ع) = \frac{0.8016321}{1800}$$

لو (١ + ع) = ٠,٠٠٠٤٤٥٣

١ + ع = العدد المقابل للقيمة ٠,٠٠٠٤٤٥٣

١ + ع = ١,٠٠١٠٢٦

ع = ١,٠٠١٠٢٦ − ١ = ٠,٠٠١٠٢٦ كل يوم

∴ المعدل الاسمى السنوى = ٠,٠٠١٠٢٦ × ٣٦٠

= ٠,٣٦٩٣٥ = ٣٦,٩٤%

ثالثاً : إذا كانت الفوائد تعلى لحظياً :

أ = ٣٠٠٠ جنيه

حـ = ١٩٠٠٠ جنيه

ت = ٥ سنوات

هـ = ٢,٧١٨٢٨١٨

حـ = ن†Œ$^{ع¯و}$

١٩٠٠٠ = ٣٠٠٠ †Œ$^{5ع¯}$

†Œ$^{5ع¯}$ = $\frac{19000}{3000}$

†Œ$^{5ع¯}$ = ٦,٣٣٣٣٣

بأخذ اللوغاريتم الطبيعى للطرفين (Ln)

لو †Œ$^{5ع¯}$ = لو ٦,٣٣٣٣٣

٥ ع¯ لو هـ = لو ٦,٣٣٣٣٣

٥ ع¯ × ١ = لو ٦,٣٣٣٣٣

ع¯ = $\frac{6.33333‡}{5}$

= $\frac{1.8458262}{5}$ = ٠,٣٦٩١٦٥

= ٣٦,٩٢% سنوياً

مثال (١٩) :

إذا كانت الجملة المركبة لمبلغ ٢٥٠٠ جنيه هى ٥٦٠٠ جنيه بمعدل ١٦% سنوياً. أحسب الزمن إذا كانت :

أولاً : الفوائد تعلى كل سنة. ثانياً : الفوائد تعلى كل نصف سنة.

ثالثاً : الفوائد تعلى كل ربع سنة. رابعاً : الفوائد تعلى لحظياً.